

**Une ancienne note de 2007, à l'origine destinée à la mise en œuvre (programmation incluse) des calculs des taux de portage chez un client lié au monde de l'assurance.**

## Table des matières

1	Taux actuariel (TRI) .....	2
1.1	Taux actuariel pour les obligations à taux fixe .....	2
1.2	Taux actuariel pour les obligations indexées sur l'inflation .....	2
2	Taux de rendement comptable.....	3
2.1	Taux de rendement comptable pour les obligations à taux fixe.....	3
2.2	Taux de rendement comptable pour les obligations indexées sur l'inflation.....	3
3	Taux de portage (à l'achat).....	4
3.1	Taux de portage pour les obligations à taux fixe .....	4
3.2	Taux de portage pour les obligations à taux variable.....	4
3.3	Taux de portage pour les obligations indexées sur l'inflation .....	4
4	Taux de portage de marché (ou de remplacement).....	5
4.1	Taux de portage de marché pour les obligations à taux fixe.....	5
4.2	Taux de portage de marché pour les obligations à taux variable .....	5
4.3	Taux de portage de marché pour les obligations indexées sur l'inflation.....	6
4.4	Taux de portage de marché pour les indices actions et les actions .....	6
5	Marge actuarielle de marché.....	7
6	Marge d'inflation.....	8
7	Note : .....	8



# 1 Taux actuariel (TRI)

## 1.1 Taux actuariel pour les obligations à taux fixe

- Prix de revient (donnée existante en l'état pour chaque transaction)  
Taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Achat} = \sum_{i=1}^n \frac{Taux\ facial}{(1+r)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1+r)^{t_n}}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat coupon couru inclus** et les **flux postérieurs à la date d'achat**  
Les  $t_i$  représentent, ici comme par la suite, les fractions d'année correspondant aux tombées de coupon.

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation coupon couru inclus
  - Taux facial de l'obligation
  - Nominal  $N$  de l'obligation
- Valeur de marché  
Taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Marché} = \sum_{i=1}^n \frac{Taux\ facial}{(1+r)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1+r)^{t_n}}$$

Nous considérons ici le **prix de marché coupon couru inclus** et les **flux futurs uniquement**

Les inputs sont :

- Prix de marché de l'obligation coupon couru inclus
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation

## 1.2 Taux actuariel pour les obligations indexées sur l'inflation

- Prix de revient (donnée existante en l'état pour chaque transaction)  
Taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Achat} = \sum_{i=1}^n \frac{Taux\ facial}{(1+r)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1+r)^{t_n}}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat pied d'inflation coupon couru inclus** et les **flux postérieurs à la date d'achat**

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation pied d'inflation coupon couru inclus
  - Taux facial de l'obligation
  - Nominal  $N$  de l'obligation
- Valeur de marché  
Taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Marché} = \sum_{i=1}^n \frac{Taux\ facial}{(1+r)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1+r)^{t_i}}$$

Nous considérons ici le **prix de marché pied d'inflation coupon couru inclus** et les **flux futurs uniquement**

Les inputs sont :

- Prix de marché de l'obligation pied d'inflation coupon couru inclus
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation

## 2 Taux de rendement comptable

### 2.1 Taux de rendement comptable pour les obligations à taux fixe

Nous effectuons ici un calcul équivalent au taux actuariel de marché mais sur une assiette comptable, à savoir le taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Achat} + S / D_t + PDD_t = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Taux facial}}{(1+r)^i} \times N + \frac{N}{(1+r)^n}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat coupon couru inclus** et les **flux futurs**

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation coupon couru inclus
- Montant de surcote / décote à l'instant  $t$  du calcul  $S / D_t$
- Montant de  $PDD_t$  à l'instant  $t$  du calcul
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation

### 2.2 Taux de rendement comptable pour les obligations indexées sur l'inflation

Nous effectuons ici le même calcul que pour le taux actuariel marché mais sur une assiette comptable, à savoir le taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Achat} \times \frac{I_{Achat}}{I_{Emission}} + S / D_t + PDD_t = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Taux facial}}{(1+r)^i} \times N + \frac{N}{(1+r)^n}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat pied d'inflation coupon couru inclus** et les **flux futurs**

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation pied d'inflation coupon couru inclus
- Montant de surcote / décote à l'instant  $t$  du calcul  $S / D_t$
- Montant de  $PDD_t$  à l'instant  $t$  du calcul
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation
- Les différents indices d'inflation avec calculs de  $I_{Achat}$  et  $I_{Emission}$

### 3 Taux de portage (à l'achat)

#### 3.1 Taux de portage pour les obligations à taux fixe

Nous effectuons ici le même calcul que pour le taux de rendement comptable, à savoir le taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{Achat} + S / D_t + PDD_t = \sum_{i=1}^n \frac{Taux\ facial}{(1+r)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1+r)^{t_n}}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat coupon couru inclus** et les **flux futurs**

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation coupon couru inclus
- Montant de surcote / décote à l'instant  $t$  du calcul  $S / D_t$
- Montant de  $PDD_t$  à l'instant  $t$  du calcul
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation

#### 3.2 Taux de portage pour les obligations à taux variable

Taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$r = (\text{Dernier fixing} \times \text{Multiplier} + \text{Spread}) + Taux_{S/D}(t; t+1\text{ jour}) \times 365$$

Où

$$Taux_{S/D}(t; t+1\text{ jour}) = \frac{S / D_{t+1j} - S / D_t}{P_{Achat} + S / D_t + PDD_t}$$

Les inputs sont :

- Taux du dernier coupon connu ( $\text{Dernier fixing} \times \text{Multiplier} + \text{Spread}$ ) (depuis l'échéancier du titre)
- Montant de surcote / décote en  $t$   $S / D_t$  et en  $t + 1$  jour  $S / D_{t+1}$
- Montant de  $PDD_t$  à l'instant  $t$  du calcul

#### 3.3 Taux de portage pour les obligations indexées sur l'inflation

Taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$r = \text{Taux de rendement comptable} \times \left( \frac{I_t}{I_{t-1an}} \right)$$

Où le *Taux de rendement comptable* est défini, comme précédemment, par  $R$  tel que :

$$P_{Achat} \times \frac{I_{Achat}}{I_{Emission}} + S / D_t + PDD_t = \sum_{i=1}^n \frac{Taux\ facial}{(1+R)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1+R)^{t_n}}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat pied d'inflation coupon couru inclus** et les **flux futurs**

Nous effectuons également l'hypothèse que l'inflation sur la prochaine période d'une année sera la même que

sur la dernière année, c'est-à-dire que  $\frac{I_{t+1an}}{I_t} = \frac{I_t}{I_{t-1an}}$ .

Par ailleurs nous préférons utiliser  $\frac{I_t}{I_{t-1an}}$  plutôt que  $\left(\frac{I_t}{I_{t-1\text{ mois}}}\right)^{12}$  afin d'éviter :

- Les effets de saisonnalité
- Une « déflation » sur un an dès qu'un mois présente une baisse de l'indice

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation pied d'inflation coupon couru inclus : disponible directement dans Tracker pour les obligations paramétrées en « Dirty price » et avec un calcul (prix pied de coupon + coupon couru) pour les titres paramétrés en « Clean price »
- Taux facial de l'obligation
- Montant de surcote / décote à l'instant t du calcul  $S/D_t$
- Montant de  $PDD_t$  à l'instant t du calcul
- Nominal  $N$  de l'obligation
- Différents indices d'inflation : calculs de  $I_{Achat}$ ,  $I_{Emission}$ ,  $I_t$  et  $I_{t-1an}$

## 4 Taux de portage de marché (ou de remplacement)

### 4.1 Taux de portage de marché pour les obligations à taux fixe

Nous effectuons ici le même calcul que pour le taux actuariel de marché, à savoir le taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$P_{\text{Marché}} = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Taux facial}}{(1+r)^i} \times N + \frac{N}{(1+r)^n}$$

Nous considérons ici le **prix de marché coupon couru inclus** et les **flux futurs uniquement**

Les inputs sont :

- Prix de marché de l'obligation coupon couru inclus
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation

### 4.2 Taux de portage de marché pour les obligations à taux variable

Nous effectuons ici un calcul analogue au taux de portage, à savoir le taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$r = (\text{Dernier fixing} \times \text{Multiplier} + \text{Spread}) + \text{Taux}_{S/D}(t; t+1 \text{ jour}) \times 365$$

Où

$$\text{Taux}_{S/D}(t; t+1 \text{ jour}) = \frac{S/D_{t+1j} - S/D_t}{P_{Achat} + S/D_t + PDD_t}$$

Les inputs sont :

- Taux du dernier coupon connu ( $\text{Dernier fixing} \times \text{Multiplier} + \text{Spread}$ ) :
- Montant de surcote / décote en t  $S/D_t$  et en t + 1 jour  $S/D_{t+1}$
- Montant de  $PDD_t$  à l'instant t du calcul

Cependant, remarquons que la cristallisation du dernier coupon effectuée ici peut mener à une surpondération ou sous-pondération des obligations à taux variable dans le calcul du portage sur un portefeuille diversifié en cas de choc exogène important sur les spreads de crédit. En effet, cette cristallisation contraint le taux et l'empêche de « s'accorder au marché ». Ainsi, une fois la marge actuarielle développée, nous la ferons intervenir de la manière suivante dans la détermination du taux de portage de marché :

$$r = (\text{Indice}_t \times \text{Multiplier} + \text{Spread}) + Ma$$

### 4.3 Taux de portage de marché pour les obligations indexées sur l'inflation

Nous considérons ici un calcul analogue au taux de portage mais en utilisant le prix de marché plutôt que l'assiette comptable, à savoir le taux  $r$  défini par la relation suivante :

$$r = \text{Taux actuariel de marché} \times \left( \frac{I_t}{I_{t-1an}} \right)$$

Où le *Taux actuariel de marché* est défini par  $R$  tel que :

$$P_{\text{Marché}} = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Taux facial}}{(1+R)^i} \times N + \frac{N}{(1+R)^n}$$

Nous considérons ici le **prix d'achat coupon couru inclus** et les **flux futurs**. Nous effectuons la même hypothèse sur l'inflation que précédemment.

Les inputs sont :

- Prix d'achat de l'obligation coupon couru inclus
- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation
- Différents indices d'inflation : calculs de  $I_t$  et  $I_{t-1an}$

### 4.4 Taux de portage de marché pour les indices actions et les actions

L'idée est ici d'exprimer un équivalent du taux de portage de marché pour les actions et les indices. L'indicateur souhaité ici est défini de la manière suivante :

$$r_{\text{Actions}} = \frac{\text{Dividendes estimés}}{\text{Niveau du sous-jacent}}$$

Où

*Dividendes estimés* : est le montant, en point (indices) ou en unités monétaires (actions), des dividendes estimés pour la prochaine année.

*Niveau du sous-jacent* : est le « niveau » du sous-jacent en point (indices) ou en unités monétaires (actions).

## 5 Marge actuarielle de marché

- A l'achat

La marge actuarielle à l'achat nécessiterait de stocker quotidiennement toutes les courbes de taux pour pouvoir être recalculée ultérieurement (calcul des forward et des ZC). Ceci ne semble pas opportun. Nous souhaitons donc effectuer le calcul au moment de la saisie de la transaction et stocker la valeur comme une donnée propre à la transaction. Le calcul se fera comme ci-dessous en date d'achat.

- En valeur de marché

La marge actuarielle  $Ma$  peut être définie de la manière suivante :

$$P_{\text{Marché}} = \sum_{i=1}^n \frac{(\text{Indice}_{i_i} \times \text{Mutiplier} + \text{Spread}) + Ma}{(1 + r_i)^i} \times N + \frac{N}{(1 + r_n)^n}$$

Où

Nous considérons ici le prix de marché coupon couru inclus et les **flux futurs uniquement**

$\text{Indice}_i$  représente le forward de l'indice de taux pour la période  $i$ , calculé de façon classique, en tenant compte, idéalement, de la convexité (nécessitant les volatilités des swaptions) :

$r_i$  est le taux ZC calculé sur une courbe interbancaire

Les inputs sont :

- Nominal  $N$  de l'obligation
- La référence de taux à fixer  $\text{Indice}$
- Le spread multiplicatif  $\text{Mutiplier}$
- Le spread additif  $\text{Spread}$
- Une courbe de taux de l'indice permettant de calculer les forward de ce dernier
- Une courbe de taux zéro-coupon pour pouvoir actualiser les flux

## 6 Marge d'inflation

- A l'achat

La marge d'inflation à l'achat nécessiterait de stocker quotidiennement toutes les courbes de taux pour pouvoir être recalculée ultérieurement (calcul des ZC). Ceci ne semble pas opportun. Nous souhaitons donc effectuer le calcul au moment de la saisie de la transaction et stocker la valeur comme une donnée propre à la transaction.

Le calcul se fera comme ci-dessous en date d'achat.

- En valeur de marché

La marge actuarielle  $Mi$  peut être définie de la manière suivante :

$$P_{\text{Marché}} = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Taux facial} + Mi}{(1 + r_i)^{t_i}} \times N + \frac{N}{(1 + r_n)^{t_n}}$$

Où

Nous considérons ici le prix de marché coupon couru inclus et les **flux futurs uniquement**

$r_i$  est le taux ZC calculé sur une courbe interbancaire

Les inputs sont :

- Taux facial de l'obligation
- Nominal  $N$  de l'obligation
- Une courbe de taux zéro-coupon pour pouvoir actualiser les flux

## 7 Note :

**PDD** Provision pour dépréciation durable

C'est une provision prévue par les règles de comptabilité française des assurances qui est constituée si la valeur de marché d'un actif est inférieure à sa valeur au bilan et que cette différence de valeur est considérée comme durable. Elle est calculée ligne à ligne, pour chaque titre.



*Faites de vos Projets la Réussite du Changement*